MINT Lernstudio Kamm

PHYSIK | ESSENTIALS | KURSSTUFE · KONDENSATOR 2/2

Der RC-Kreis: Laden und Entladen

Maschenregel, e-Funktionen, Zeitkonstante und Halbwertszeit

Video auf YouTube

Spickzettel · S. 1 | **Aufgaben · S. 2** | **Lösungen · S. 5**

Zum Austeilen ohne Lösungen: vor Seite 5 aufhören.

Bildungsplan Baden-Württemberg: 3.6.2.1 Elektrisches Feld (Leistungsfach)

Spickzettel: RC-Kreis

Was du für die Klausur sicher können musst

1 Der Schlüssel: die Maschenregel

Video 0:41

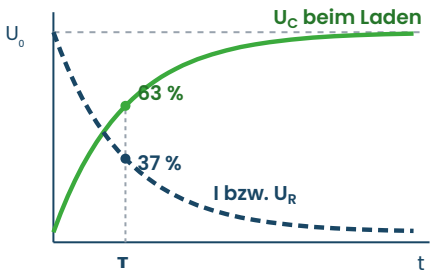
MERKE

Beim Laden gilt zu jedem Zeitpunkt: $U_0 = U_R(t) + U_C(t)$

2 Aufladen

Video 1:03

- **t = 0:** $U_C = 0$, also $U_R = U_0$. Der Strom ist maximal: $I_0 = U_0 / R$.
- **t > 0:** U_C steigt, also sinkt U_R und damit auch $I = U_R / R$.
- **t → ∞:** $U_C \to U_0$, $I \to 0$.



Laden: U_C steigt, der Strom fällt

FORMELN AUFLADEN

$$U_C(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-t/\tau}) \quad \cdot \quad I(t) = I_0 \cdot e^{-t/\tau} \quad \cdot \quad U_R(t) = U_0 \cdot e^{-t/\tau}$$

3 Entladen

Video 2:07

- Der Kondensator ist jetzt selbst die Quelle: $U_C(t) = U_R(t)$. Der Strom fließt **entgegengesetzt** zum Ladestrom.
- **t = 0:** $U_C = U_0$, $I_0 = U_0 / R$ maximal. **t → ∞:** $U_C \to 0$, $I \to 0$.

FORMELN ENTLADEN

$$U_C(t) = U_0 \cdot e^{-t/\tau} \quad \cdot \quad I(t) = I_0 \cdot e^{-t/\tau}$$

© Felix Kamm · mint-lernstudio.de · Lizenz CC BY-NC-SA 4.0: frei für Unterricht und Lernen, nicht kommerziell

4 Zeitkonstante und Halbwertszeit

Video 2:29

Größe	Formel	Bedeutung
Zeitkonstante	$\tau = R \cdot C$	großes τ = langsamer Vorgang. Nach t = τ: Laden auf 63 %, Entladen auf 37 %
Halbwertszeit	$T_{½} = \tau \cdot \ln 2 \approx 0{,}693 \cdot \tau$	Zeit, bis sich die Spannung beim Entladen halbiert hat

5 Messwerte auswerten (Abi-Standard)

Zusatz zum Video

- **Schaltskizze:** Quelle, Schalter, R und C in Reihe. Das Strommessgerät kommt in die Reihe, das Spannungsmessgerät parallel zu R oder C. Beim Entladen ist die Quelle abgetrennt.
- **Anfangsspannung:** Beim Laden ist C zunächst ungeladen, also $U_0 = R \cdot I(0)$.
- **C aus einem Wertepaar:** $I(t) = I(0) \cdot e^{-t/(R \cdot C)}$ nach C umstellen: $C = -t / (R \cdot \ln(I(t) / I(0)))$. Mehrere Wertepaare berechnen und den Mittelwert bilden.
- **Ladung als Fläche:** Die Fläche unter dem I-t-Diagramm ist die geflossene Ladung (Kästchen zählen oder Trapeze). Mit $C = Q / U_0$ folgt die Kapazität. Die Gesamtladung ist $Q = C \cdot U_0$.

TYPISCHE FEHLER IM ABI

- ✗ Schaltskizze mit dem Strommessgerät parallel zum Bauteil statt in Reihe.
- ✗ Beim „Näherungsweise bestimmen aus dem Diagramm“ die Fläche unter I(t) nicht benutzt oder die Einheiten (mA · s) nicht in C umgerechnet.
- ✗ **Falsche Vorstellung:** „Der Strom wird kleiner, weil der Kondensator voll wird.“ Richtig: Der Strom sinkt, weil U_C wächst und deshalb am Widerstand weniger Spannung übrig bleibt.
- ✗ Lade- und Entladeformel für U_C verwechselt.
- ✗ Beim Auflösen nach t das Minuszeichen im Exponenten verloren.
- ✗ Den langen Weg über die e-Funktion gerechnet, wo die Maschenregel in einer Zeile reicht (Video 7:51).

Übungsaufgaben: RC-Kreis

Sieben Aufgaben, drei Anforderungsbereiche · Rechenbeispiele im Video ab 3:31

AFB I wiedergeben · AFB II anwenden · AFB III übertragen und beurteilen. Erst selbst lösen, dann nachsehen.

Aufgabe 1 AFB I

Ein RC-Kreis besteht aus R = 10 kΩ und C = 220 µF. a) Berechne τ. b) Berechne die Halbwertszeit $T_{½}$ für das Entladen. c) Der Kreis wird an U_0 = 9 V angeschlossen. Wie groß ist der maximale Ladestrom? d) Auf welche Spannung ist der Kondensator nach t = τ aufgeladen?

© Felix Kamm · mint-lernstudio.de · Lizenz CC BY-NC-SA 4.0: frei für Unterricht und Lernen, nicht kommerziell

Aufgabe 2 AFB II

Ein Kondensator (C = 100 µF) wird auf 12 V geladen und ab t = 0 über einen Widerstand R entladen. Nach 5 s beträgt U_C noch 4,4 V. a) Zeige, dass τ etwa 5,0 s beträgt. b) Berechne R. c) Wie groß ist der Entladestrom bei t = 5 s?

Aufgabe 3 AFB II

Ein Kondensator (C = 50 µF) wird an U_0 = 24 V über R = 100 kΩ geladen. a) Berechne τ. b) Nach welcher Zeit ist er auf 20 V geladen? c) Wie groß ist der Ladestrom in diesem Moment? Tipp: Maschenregel.

Aufgabe 4 AFB II

Ein Kondensator (C = 1000 µF) ist auf 50 V geladen. Nach 10 s Entladen soll die Spannung nur noch 1 V betragen. a) Welchen Wert muss R haben? b) Wie lange dauert es, bis er auf 50 % entladen ist?

Aufgabe 5 AFB III

RC-Kreis mit R = 2 kΩ, C = 500 µF, U_0 = 10 V. Berechne den Zeitpunkt, zu dem der Ladestrom genau halb so groß ist wie I_0, auf zwei Wegen: a) über die Strom-Formel, b) über die Spannung U_C in diesem Moment und die Lade-Formel. Vergleiche.

© Felix Kamm · mint-lernstudio.de · Lizenz CC BY-NC-SA 4.0: frei für Unterricht und Lernen, nicht kommerziell

Aufgabe 6 AFB III

Ein Kondensator C wird an U_0 über R vollständig aufgeladen. a) Welche Energie ist am Ende gespeichert? b) Die Quelle liefert insgesamt $W = Q \cdot U_0$. Zeige, dass $W = C \cdot U_0^2$ ist. c) Vergleiche a) und b). Wo ist die fehlende Hälfte geblieben?

Aufgabe 7 AFB III

Ein ungeladener Kondensator und ein Widerstand R = 20,0 Ω werden zur Zeit 0 s in Reihe an ein Netzgerät angeschlossen. Der Strom beim Laden:
t in s: 0 · 1 · 2 · 3 · 4 · 5 · 6 | I in mA: 300 · 182 · 110 · 67 · 41 · 25 · 15
a) Zeichne ein Schaltbild. b) Zeige, dass das Netzgerät 6,0 V liefert. c) Bestimme C. d) Ermittle die in den ersten 2 s geflossene Ladung aus dem Diagramm und vergleiche mit der Gesamtladung.

SELBSTCHECK: ICH KANN …

- ☐ den Lade- und Entladevorgang mit der Maschenregel erklären.
- ☐ die richtige e-Funktion auswählen und nach t auflösen.
- ☐ τ und $T_{½}$ berechnen und deuten (63 %, 37 %, 50 %).
- ☐ erkennen, wann die Maschenregel schneller zum Ziel führt.

© Felix Kamm · mint-lernstudio.de · Lizenz CC BY-NC-SA 4.0: frei für Unterricht und Lernen, nicht kommerziell

Lösungen

Vollständige Rechenwege

Aufgabe 1: a) $\tau = R \cdot C = 10^4\ \Omega \cdot 220 \cdot 10^{-6}\ F =$ **2,2 s**. b) $T_{½} = \tau \cdot \ln 2 \approx$ **1,52 s**. c) $I_0 = U_0 / R = 9\ V / 10^4\ \Omega =$ **0,9 mA**. d) $U_C(\tau) = 9\ V \cdot (1 - e^{-1}) \approx 9\ V \cdot 0{,}632 \approx$ **5,69 V**.

Aufgabe 2: a) $4{,}4\ V = 12\ V \cdot e^{-5\ s/\tau} \rightarrow e^{-5\ s/\tau} \approx 0{,}367 \rightarrow -5\ s/\tau = \ln 0{,}367 \approx -1{,}00 \rightarrow$ **$\tau \approx$ 5,0 s**. b) $R = \tau / C = 5\ s / 10^{-4}\ F =$ **50 kΩ**. c) Beim Entladen ist $U_R = U_C$: $I = 4{,}4\ V / 50\ k\Omega =$ **88 µA**.

Aufgabe 3: a) $\tau = 10^5\ \Omega \cdot 5 \cdot 10^{-5}\ F =$ **5,0 s**. b) $20\ V = 24\ V \cdot (1 - e^{-t/\tau}) \rightarrow e^{-t/\tau} = 1/6 \rightarrow t = \tau \cdot \ln 6 \approx$ **8,96 s**. c) Maschenregel: $U_R = 24\ V - 20\ V = 4\ V$, $I = 4\ V / 10^5\ \Omega =$ **40 µA**.

Aufgabe 4: a) $1\ V = 50\ V \cdot e^{-10\ s/\tau} \rightarrow \tau = 10\ s / \ln 50 \approx 2{,}556\ s \rightarrow R = \tau / C = 2{,}556\ s / 10^{-3}\ F \approx$ **2,56 kΩ**. b) $T_{½} = \tau \cdot \ln 2 \approx$ **1,77 s**.

Aufgabe 5: $\tau = 2 \cdot 10^3\ \Omega \cdot 5 \cdot 10^{-4}\ F = 1{,}0\ s$. a) $0{,}5 \cdot I_0 = I_0 \cdot e^{-t/\tau} \rightarrow t = \tau \cdot \ln 2 \approx$ **0,693 s**. b) $I = 0{,}5 \cdot I_0$ heißt $U_R = 0{,}5 \cdot U_0 = 5\ V$, also $U_C = 5\ V$. $5\ V = 10\ V \cdot (1 - e^{-t/\tau}) \rightarrow e^{-t/\tau} = 0{,}5 \rightarrow t \approx$ **0,693 s**. Beide Wege liefern dasselbe: Es ist genau die Halbwertszeit.

Aufgabe 6: a) $E_C = ½ \cdot C \cdot U_0^2$. b) Die Quelle bewegt die Ladung $Q = C \cdot U_0$ durch die Spannung U_0: $W = Q \cdot U_0 =$ **$C \cdot U_0^2$**. c) $E_C = ½ \cdot W$. Die andere Hälfte wurde während des Ladens im **Widerstand in Wärme** umgewandelt, unabhängig vom Wert von R.

Aufgabe 7: a) Netzgerät, Schalter, R und C in Reihe, Strommessgerät in der Reihe (oder Spannungsmessgerät parallel zu R). b) C ist anfangs ungeladen, also $U_0 = R \cdot I(0) = 20{,}0\ \Omega \cdot 0{,}300\ A =$ **6,0 V**. c) Mit t = 2 s: $C = -t / (R \cdot \ln(I / I(0))) = -2\ s / (20{,}0\ \Omega \cdot \ln(110 / 300)) = -2\ s / (20{,}0\ \Omega \cdot (-1{,}00)) \approx$ **0,10 F** (andere Wertepaare liefern 0,10 F bis 0,11 F). d) Trapezregel: $Q \approx (300 + 182)/2\ mA \cdot 1\ s + (182 + 110)/2\ mA \cdot 1\ s \approx 387\ mA{\cdot}s \approx$ **0,39 C**. Gesamtladung $Q = C \cdot U_0 = 0{,}10\ F \cdot 6{,}0\ V = 0{,}60\ C$. Nach 2 s sind also etwa **65 %** der Gesamtladung geflossen (genau 63 %, denn $t = \tau = R \cdot C = 2{,}0\ s$).

Gut zu wissen: Die Grundlagen zu Kapazität und Energie stehen im Blatt „Kondensator-Grundlagen“.

Mehr dazu, alle Videos und alle Blätter: mint-lernstudio.de/beitraege/kondensator-laden-entladen

© Felix Kamm · mint-lernstudio.de · Lizenz CC BY-NC-SA 4.0: frei für Unterricht und Lernen, nicht kommerziell